PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CASTILLA-LA MANCHA

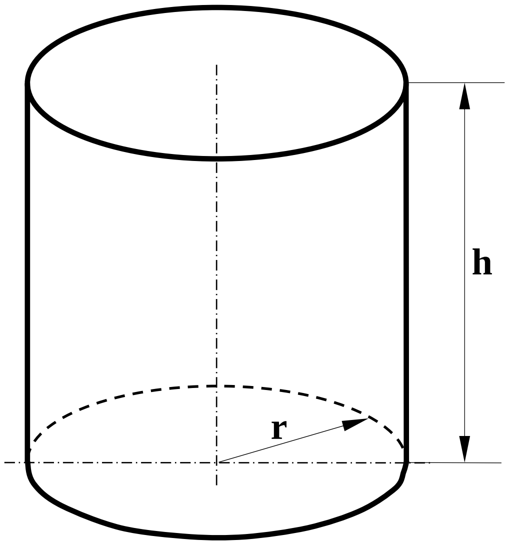
SEPTIEMBRE - 2009

MATEMÁTICAS II — Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

La prueba consta de cuatro bloques con dos opciones cada uno. Debes contestar una única opción de cada bloque. Todas las opciones puntúan igual. Puedes usar cualquier tipo de calculadora.

PRIMER BLOQUE

1º-A) Un depósito cilíndrico construido sin la tapa superior tiene una capacidad de 27 m^3. Determina cuánto miden el radio de su base y su altura sabiendo que se ha construido de forma que su superficie sea mínima.



$$V = \pi r^2 h = 27\ m^3 \Rightarrow \underline{h = \frac{27}{\pi r^2}}$$

$$S_T = \pi r^2 + 2\pi r \cdot h = \underline{\pi r (r + 2h) = S_T \Rightarrow Mínima}$$

Sustituyendo el valor de h en la expresión de la superficie total, queda:

$$S_T = \pi r \left(r + \frac{54}{\pi r^2} \right) = \pi r \cdot \frac{\pi r^3 + 54}{\pi r^2} = \frac{\pi r^3 + 54}{r}$$

Derivando la expresión de la superficie obtenida con respecto a la variable r:

$$S'_T = \frac{3\pi r^2 \cdot r - (\pi r^3 + 54) \cdot 1}{r^2} = \frac{3\pi r^3 - \pi r^3 - 54}{r^2} = \frac{2\pi r^3 - 54}{r^2} = \underline{2 \cdot \frac{\pi r^3 - 27}{r^2} = S'_T}$$

Para que la superficie sea mínima, su derivada tiene que ser cero:

$$S'_T = 0 \Rightarrow 2 \cdot \frac{\pi r^3 - 27}{r^2} = 0 \ ;; \ \pi r^3 - 27 = 0 \ ;; \ r^3 = \frac{27}{\pi} \ ;; \ \underline{r = \sqrt[3]{\frac{27}{\pi}} = \frac{3}{\sqrt[3]{\pi}} \cong 2'05\ m}$$

$$h=\frac{27}{\pi r^2}=\frac{27}{\pi\left(\frac{3}{\sqrt[3]{\pi}}\right)^2}=\frac{27\cdot\sqrt[3]{\pi^2}}{9\pi}=\frac{3\cdot\pi}{\pi\cdot\sqrt[3]{\pi}}=\underline{\frac{3}{\sqrt[3]{\pi}}=r\cong 2'05\ m=h}$$

Justificación de que se trata de un mínimo:

$$S''_T=2\cdot\frac{3\pi r^2\cdot r^2-\left(\pi r^3-27\right)\cdot 2r}{r^4}=2\cdot\frac{3\pi r^3-2\pi r^3+54}{r^2}=2\cdot\frac{\pi r^3+54}{r^2}>0\Rightarrow \underline{Mínimo,\ \ c.q.j.}$$

<u>Las dimensiones de superficie mínima son 2’05 cm de radio y de altura.</u>

****

1º-B) Se sabe que la recta y = 9 es una asíntota horizontal de la función $f(x)=\frac{x^2}{ax^2-4}$. Calcula el valor del parámetro $a \in R$. Estudia si para dicho valor del parámetro tiene asíntotas verticales u oblicuas.

Las asíntotas horizontales de una función son de la forma y = k, representando k los valores reales de f(x) cuando x tiende a más o menos infinito.

$$k=9=\lim_{x \to \pm\infty} f(x)=\lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2}{ax^2-4}=\frac{1}{a}=9 \Rightarrow \underline{\underline{a=\frac{1}{9}}}.$$

Para $a=\frac{1}{9}$ la función resulta ser $f(x)=\frac{x^2}{\frac{1}{9}x^2-4}=\frac{9x^2}{x^2-36}$.

Las asíntotas verticales de una función son los valores reales de x que anulan el denominador:

$$x^2-36=0 \;;;\; x^2=36 \;;;\; x=\pm\sqrt{36}=\pm 6 \Rightarrow \underline{x_1=-6} \;;;\; \underline{x_2=6}.$$

<u>Para el valor de α hallado, son asíntotas verticales las rectas x = -6 y x = 6.</u>

<u>No tiene asíntotas oblicuas</u>; para que una función racional tenga asíntotas oblicuas es necesario que el grado del numerador sea una unidad mayor que el grado del denominador.

****

SEGUNDO BLOQUE

2º-A) Calcula las integrales: $a)\ \int tag\ x \cdot dx,\quad b)\ \int \left(1+tag^2\ x\right)\cdot dx,\quad c)\ \int arc\ tag\ x \cdot dx.$

$$a)\ \int tag\ x \cdot dx = \int \frac{sen\ x}{\cos\ x}\cdot dx \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \cos\ x = t \\ -sen\ x \cdot dx = dt \\ sen\ x\, dx = -dt \end{array}\right\} \Rightarrow -\int \frac{dt}{t} = -L\,t + C = \underline{\underline{-L\left|\cos\ x\right| + C}}$$

$$b)\ \int \left(1+tag^2\ x\right)\cdot dx = \int \left(1+\frac{sen^2\ x}{\cos^2\ x}\right)\cdot dx = \int \frac{\cos^2\ x + sen^2\ x}{\cos^2\ x}\cdot dx = \int \frac{1}{\cos^2\ x}\cdot dx = \underline{\underline{tag\ x + C}}$$

$$c)\ I = \int arc\ tag\ x \cdot dx \Rightarrow \left\{\begin{array}{c} u = arc\ tag\ x \to du = \frac{1}{1+x^2}\cdot dx \\ dv = dx \to v = x \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(arc\ tag\ x\right)\cdot x - \int x \cdot \frac{1}{1+x^2}\cdot dx = x \cdot arc\ tag\ x - \int \frac{x \cdot dx}{1+x^2} = \underline{x \cdot arc\ tag\ x - I_1} = I \qquad (*)$$

$$I_1 = \int \frac{x \cdot dx}{1+x^2} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 1+x^2 = t \\ 2x \cdot dx = dt \\ x \cdot dx = \frac{1}{2}\cdot dt \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1}{2}\int \frac{dt}{t} = \frac{1}{2}L\,t + C = \underline{\frac{1}{2}L\left(1+x^2\right) + C = I_1}$$

Sustituyendo el valor obtenido en (*) resulta:

$$\underline{\underline{I = x \cdot arc\ tag\ x - \frac{1}{2}L\left(1+x^2\right) + C}}$$

****

2º-B) a) Estudia la continuidad y derivabilidad de la función $f(x)=\begin{cases} x^2+4x+3 & si \;\; x<-1 \\ 1-x^2 & si \;\; x\geq -1 \end{cases}$

b) Determina el área encerrada por la gráfica de la función f(x) y el eje de abscisas.

----

a)

La función es continua para cualquier valor real de x, excepto para x = -1, cuya continuidad es dudosa.

Para que f(x) sea continua para x = -1 tiene que cumplirse que los límites por la izquierda y por la derecha sean iguales, e igual al valor de la función en ese punto:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -1}\left(x^2+4x+3\right)=1-4+3=\underline{0} \\ \lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -1}\left(1-x^2\right)=1-(-1)^2=1-1=\underline{0}=\underline{f(-1)} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

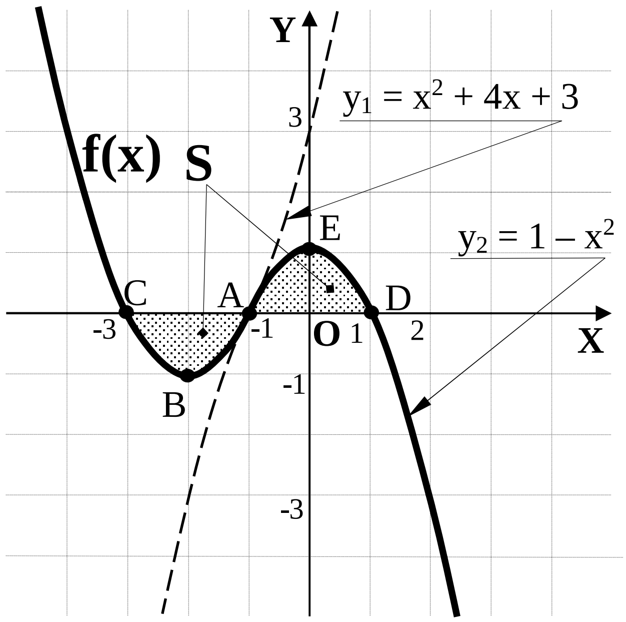
$$\underline{\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=f(-1)} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) \;\; es \;\; continua \;\; para \;\; x=-1}}$$

Una función es derivable en un punto si, y solo si, existen la derivada por la izquierda y por la derecha en ese punto y además, son iguales.

$$f'(x)=\begin{cases} 2x+4 & si \;\; x<-1 \\ -2x & si \;\; x\geq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'\left(-1^-\right)=-2+4=\underline{2} \\ f'\left(-1^+\right)=\underline{2} \end{cases} \Rightarrow$$

<u>La función es derivable en x = -1.</u>

b)



La representación gráfica de la situación se expresa en el gráfico, donde se han considerado las parábolas $y_1=x^2+4x+3$ e $y_2=1-x^2$.

El punto de corte de las dos parábolas es, lógicamente, el punto de tangencia del apartado anterior, que es A(-1, 0).

La parábola $y_1=x^2+4x+3$ tiene su mínimo en el punto B(-2, -1) y corta al eje de abscisas en los puntos A y C(-3, 0) y la parábola $y_2=1-x^2$ tiene su máximo en el punto E(1, 0) y corta al eje de abscisas en los puntos A y D(1, 0).

La superficie pedida es la siguiente:

$$S=\int_{-1}^{-3}\left(x^2+4x+3\right)\cdot dx+\int_{-1}^{1}\left(1-x^2\right)\cdot dx=\left[\frac{x^3}{3}+\frac{4x^2}{2}+3x\right]_{-1}^{-3}+\left[x-\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{1}=$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}+2x^2+3x\right]_{-1}^{-3}+\left[x-\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{1}=$$

$$=\left[\frac{(-3)^3}{3}+2\cdot(-3)^2+3\cdot(-3)\right]-\left[\frac{(-1)^3}{3}+2\cdot(-1)^2+3\cdot(-1)\right]+\left(1-\frac{1}{3}\right)-\left[-1-\frac{(-1)^3}{3}\right]=$$

$$=\left[(-9+18-9)-\left(-\frac{1}{3}+2-3\right)\right]+\left[\frac{2}{3}-\left(-1+\frac{1}{3}\right)\right]=0+\frac{1}{3}+1+\frac{2}{3}+1-\frac{1}{3}=2+\frac{2}{3}=\underline{\underline{\frac{8}{3}\,u^2=S}}\,.$$

****

TERCER BLOQUE

3º-A) a) Sean A, B y X matrices cuadradas de tamaño n. Despeja X de la siguiente ecuación: $A \cdot X = 2X + B^2$.

b) Calcula la matriz X siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

----

a)

$A \cdot X = 2X + B^2$;; $A \cdot X = 2 \cdot I \cdot X + B^2$;; $A \cdot X - 2 \cdot I \cdot X = B^2$;; $(A - 2I) \cdot X = B^2$;;

$(A-2I)^{-1} \cdot (A-2I) \cdot X = (A-2I)^{-1} \cdot B^2$;; $I \cdot X = (A-2I)^{-1} \cdot B^2$;; $\underline{\underline{X = (A-2I)^{-1} \cdot B^2}}$

b)

$$A - 2I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} = \underline{\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix} = A - 2I}.$$

Para hallar la inversa de A – 2I utilizamos el método de Gauss-Jordan:

$$(A - 2I / I) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \{F_1 \to -F_1\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \{F_3 \to F_3 - F_2\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \{F_2 \to -F_2\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \{F_3 \to -\tfrac{1}{2} F_3\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{array}\right) \Rightarrow \{F_1 \to F_1 + F_3\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{3}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{(A - 2I)^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}}$$

$$B^2 = B \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+0+0 & 4+8+0 & 0+0+0 \\ 0+0+0 & 0+16+0 & 0+0+0 \\ 0+0+0 & 0+0+0 & 0+0+16 \end{pmatrix} = \underline{\begin{pmatrix} 4 & 12 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \end{pmatrix} = B^2}$$

$$X = (A-2I)^{-1} \cdot B^2 = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 12 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6+0+0 & -18+0-0 & -0+0-8 \\ 0-0+0 & 0-16+0 & 0-0+0 \\ -2+0-0 & -6+0-0 & -0+0-8 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{X = \begin{pmatrix} -6 & -18 & -8 \\ 0 & -16 & 0 \\ -2 & -6 & -8 \end{pmatrix}}}$$

****

3º-B) a) Clasifica, en función del parámetro $\lambda \in R$, el sistema $\begin{cases} \lambda x + y - z = 2 \\ 5x + 3y + 3z = 0 \\ 3x + 2y + \lambda z = 1 \end{cases}$

b) Resuélvelo para $\lambda = 0$, si es posible.

----

a)

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$M = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & -1 \\ 5 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & \lambda \end{pmatrix} \quad y \quad M' = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & -1 & 2 \\ 5 & 3 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & \lambda & 1 \end{pmatrix}.$$

El rango de M en función del parámetro λ es el siguiente:

$$|M| = \begin{vmatrix} \lambda & 1 & -1 \\ 5 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & \lambda \end{vmatrix} = 3\lambda^2 - 10 + 9 + 9 - 6\lambda - 5\lambda = 3\lambda^2 - 11\lambda + 8 = 0 \ ;;$$

$$\lambda = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 96}}{6} = \frac{11 \pm \sqrt{25}}{6} = \frac{11 \pm 5}{6} \Rightarrow \underline{\lambda_1 = 1} \ ;; \ \underline{\lambda_2 = \frac{8}{3}}$$

$$\underline{\underline{Para \ \begin{Bmatrix} \lambda = 1 \\ \lambda = \frac{8}{3} \end{Bmatrix} \Rightarrow Rang \ M = Rang \ M' = 3 = n^o \ incóg. \Rightarrow Compatible \ Determinado}}$$

$$Para \ \lambda = 1 \Rightarrow M' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 5 & 3 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow Rango \ M' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} \{C_1, \ C_2, \ C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 3 + 20 - 18 - 5 = 23 - 23 = 0 \\ \{C_1, \ C_3, \ C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 + 10 - 18 + 5 = 18 - 18 = 0 \\ \{C_2, \ C_3, \ C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 + 6 - 12 + 3 = 12 - 12 = 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \underline{Rango \ M' = 2}$$

$$\underline{\underline{Para \ \lambda = 1 \Rightarrow Rang \ M = Rang \ M' = 2 < n^o \ incóg. \Rightarrow Compatible \ Indeterminado}}$$

$$Para\ \ \lambda=\frac{8}{3}\ \Rightarrow\ M'=\begin{pmatrix}\frac{8}{3} & 1 & -1 & 2\\ 5 & 3 & 3 & 0\\ 3 & 2 & \frac{8}{3} & 1\end{pmatrix}=3\cdot\begin{pmatrix}8 & 3 & -3 & 6\\ 15 & 9 & 9 & 0\\ 9 & 6 & 8 & 3\end{pmatrix}\Rightarrow\ Rang\ \ M'\ \Rightarrow\ \{C_1,\ C_2,\ C_4\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{vmatrix}8 & 3 & 6\\ 15 & 9 & 0\\ 9 & 6 & 3\end{vmatrix}=9\cdot\begin{vmatrix}8 & 1 & 2\\ 15 & 3 & 0\\ 9 & 2 & 1\end{vmatrix}=9\cdot(24+60-54-15)=9\cdot(84-69)\neq 0\ \Rightarrow\ \underline{Rang\ \ M'=3}$$

$$\underline{\underline{Para\ \ \lambda=\frac{8}{3}\ \Rightarrow\ Rang\ \ M\neq Rang\ \ M'.\ \Rightarrow\ Incompatible}}$$

b)

Resuélvelo para $\lambda=0$. El sistema resulta $\begin{cases}y-z=2\\ 5x+3y+3z=0\\ 3x+2y=1\end{cases}$, que es compatible determinado. Resolvemos por la Regla de Cramer:

$$x=\frac{\begin{vmatrix}2 & 1 & -1\\ 0 & 3 & 3\\ 1 & 2 & 0\end{vmatrix}}{8}=\frac{3+3-12}{8}=\frac{-6}{8}=\underline{\underline{-\frac{3}{4}=x}}\ \ ;;\ \ y=\frac{\begin{vmatrix}0 & 2 & -1\\ 5 & 0 & 3\\ 3 & 1 & 0\end{vmatrix}}{8}=\frac{-5+18}{8}=\underline{\underline{\frac{13}{8}=y}}$$

$$z=\frac{\begin{vmatrix}0 & 1 & 2\\ 5 & 3 & 0\\ 3 & 2 & 1\end{vmatrix}}{8}=\frac{20-18-5}{8}=\underline{\underline{-\frac{3}{8}=z}}$$

****

CUARTO BLOQUE

4º-A) Di si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y razona tus respuestas.

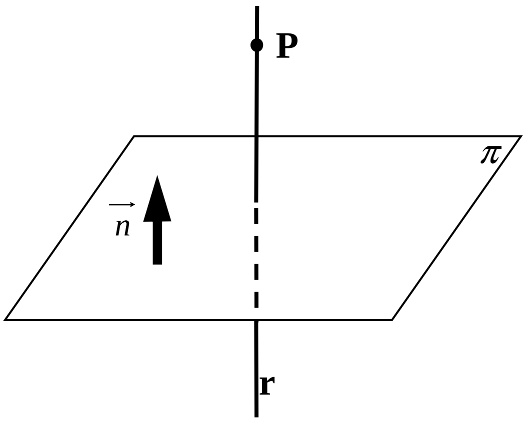
a) Dados un plano π y un punto P que no esté contenido en π, existe un único plano perpendicular a π que pasa por P.

b) Dados una recta r y un punto P que no esté contenido en la recta r, existe un único plano perpendicular a r que pasa por P.

----

a)

La respuesta es negativa; existen infinitos planos perpendiculares a π que pasan por P.



Siendo $\vec{n}$ el vector normal del plano y r la recta que tiene como vector director a $\vec{n}$ y pasa por el punto P.

El haz de los infinitos planos que contienen a la recta r son todos perpendiculares al plano π considerado.

b)

La respuesta es afirmativa; existe un único plano perpendicular a r que pasa por P.

La recta r determina un haz de planos paralelos que son todos perpendiculares a la recta r; solamente uno de ellos es el que pasa por P.

****

4º-B) Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 1 - t \end{cases}$ y $r' \equiv \begin{cases} x = 2 + s \\ y = s \\ z = a + s \end{cases}$, con $s,\ t \in R$:

a) Encuentra un valor del parámetro $a \in R$ para que las rectas r y r' estén contenidas en un mismo plano. Halla la ecuación general de dicho plano.

b) Para α = 0, calcula unas ecuaciones paramétricas de un plano π que contenga a la recta r y unas ecuaciones paramétricas de otro plano π' que contenga a la recta r', de modo que π y π' sean paralelos.

----

a)

Las expresiones de las rectas r y r' por unas ecuaciones implícitas pueden ser las siguientes:

$$r \equiv \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 1 - t \end{cases} \Rightarrow x = -y = 1 - z \Rightarrow \underline{r \equiv \begin{cases} x + y = 0 \\ x + z = 1 \end{cases}}$$

$$r' \equiv \begin{cases} x = 2 + s \\ y = s \\ z = a + s \end{cases} \Rightarrow x - 2 = y = z - a \Rightarrow \underline{r' \equiv \begin{cases} x - y = 2 \\ x - z = -a \end{cases}}$$

El sistema que determinan las rectas r y r' es $\begin{cases} x + y = 0 \\ x + z = 1 \\ x - y = 2 \\ x - z = -a \end{cases}$.

Para que las rectas, que no son paralelas, estén contenidas en un mismo plano es necesario que el sistema que forman sea compatible determinado, o sea, que los rangos de las matrices de coeficientes y ampliada sea tres; de otra forma: el determinante de la matriz ampliada tiene que ser cero.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & -a \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \{F_3 \to F_3 + F_1\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & -a \end{vmatrix} = 0 \ ;; \ \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & -a \end{vmatrix} = 0 \ ;;$$

$$-2 + 2 + 2 + 2a = 0 \ ;; \ 1 + a = 0 \ ;; \ \underline{\underline{a = -1}}$$

Para determinar el plano σ que contiene a las dos rectas tenemos en cuenta que los vectores directores de las rectas son $\overrightarrow{v} = (1,\ -1,\ -1)$ y $\overrightarrow{v'} = (1,\ 1,\ 1)$ y que un punto de una de las rectas es, por ejemplo, $A \in r \Rightarrow A(0,\ 0,\ 1)$.

La expresión general de σ es la siguiente:

$$\sigma\left(A;\ \overrightarrow{v},\ \overrightarrow{v'}\right)\equiv\begin{vmatrix} x & y & z-1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=0\ \ ;;\ \ -x-y+(z-1)+(z-1)+x-y=0\ \ ;;\ \ -2y+2z-2=0.$$

$$\underline{\underline{\sigma\equiv y-z+1=0}}$$

b)

Para α = 0 la recta es $r'\equiv\begin{cases} x=2+s \\ y=s \\ z=s \end{cases}$ y uno de sus puntos es B(2, 0, 0).

Los planos pedidos tienen como vectores directores a los vectores directores de las rectas; el plano π contiene al punto A(0, 0, 1) de r y el plano π' contiene al punto de r', B(2, 0, 0).

Los planos pedidos, expresados por ecuaciones paramétricas, son:

$$\underline{\underline{\pi\equiv\begin{cases} x=\lambda+\mu \\ y=-\lambda+\mu \\ z=1-\lambda+\mu \end{cases}}}\quad y\quad \underline{\underline{\pi'\equiv\begin{cases} x=2+\lambda+\mu \\ y=-\lambda+\mu \\ z=-\lambda+\mu \end{cases}}}$$

****